

$\int \cos^2 r dr = \frac{r}{2} + \frac{1}{4} \sin 2r$ gleich ist, oder

irreduziblen Funktion davon. Wir setzen (da $f(r)$ für $r \rightarrow \infty$ asymptotisch r^a , $a < -\frac{1}{2}$ sein soll) $f(r) = [A^2 + (2r + \sin 2r)^2]^{-1}$, wo über A noch verfügt werden wird. Dann ist

$$\begin{aligned} f'(r) &= -\frac{8(2r + \sin 2r) \cos^2 r}{A^2 + (2r + \sin 2r)^2} \\ f''(r) &= \frac{128(2r + \sin 2r)^2 \cos^4 r}{[A^2 + (2r + \sin 2r)^2]^2} \\ &\quad - \frac{32 \cos^4 r - 16(2r + \sin 2r) \cos r \sin r}{A^2 + (2r + \sin 2r)^2} \end{aligned}$$

Hieraus folgt (es heben sich zwei Glieder weg, was aber unwesentlich ist)

$$\begin{aligned} V &= -1 - \frac{32 \cos^4 r}{A^2 + (2r + \sin 2r)^2} \\ &\quad + \frac{128(2r + \sin 2r)^2 \cos^4 r}{[A^2 + (2r + \sin 2r)^2]^2} \\ &= -1 - 32 \cos^4 r \frac{A^2 - 3(2r + \sin 2r)^2}{[A^2 + (2r + \sin 2r)^2]^2} \end{aligned}$$

Diesem Ausdruck sieht man es aber sofort an, daß erstens zu jedem $\varepsilon > 0$ ein A gewählt werden kann, daß er stets zwischen $-1 - \varepsilon$ und $-1 + \varepsilon$ liegt, und daß er zweitens für $r \rightarrow \infty$ gegen -1 strebt¹⁾

Ein

$$\psi = \frac{\sin r}{r(A^2 + (2r + \sin 2r)^2)}$$

mit genügend großem A leistet also alles Gewünschte

Eine Deutung wie im vorigen Punkt kommt hier nicht in Frage. V schmiegt sich ja beliebig gut an -1 an! Das einzige, was sich in Anlehnung an allgemein geläufige anschauliche Betrachtungsweisen vorbringen ließe, ist dieses: Das obige Potential V weist gewisse Wellungen mit der Periode π auf ($\cos^2 r$ und $\sin 2r$ gehen in die Formel ein), welche mit $r \rightarrow \infty$ abfallen. Diese scheinen nun eine interferenzartige Auslöschung des Wellenpaketes ψ in den entfernteren Raumgebieten zu veranlassen²⁾

So wie wir hier in der Nähe des Potentials $V = -1$ eines mit stationären Bahnen fänden, lassen sich auch in der Nähe anderer Potentiale, $A, B, V = v$ solche angeben. Dies ist darum erwähnenswert, weil es zeigt, daß eine Diskussion

der Frage, ob das durch ein homogenes elektrisches Feld gestörte Wasserstoffatom (Stark-effekt) Punkteigenwerte besitzt oder nicht, mit gewissen Schwierigkeiten verbunden ist³⁾. Insbesondere muß dabei die „Glattheit“ des elektrischen Störungsfeldes eine wesentliche Rolle spielen

1) Vgl. J. R. Oppenheimer, Phys. Rev. 31, 80 1928, wo die Annahme des Fehlens von Punkteigenwerten gemacht wird

(Eingegangen 25. Mai 1929)

Über das Verhalten von Eigenwerten bei adiabatischen Prozessen

Von J. v. Neumann und E. Wigner

1. In vielen Fragen der Quantenmechanik ist es wichtig, die Veränderung der Eigenwerte und Eigenfunktionen bei stetiger Änderung eines oder mehrerer Parameter zu untersuchen. Namentlich interessiert oft der Fall, in dem man für zwei spezielle Werte der Parameter Eigenwerte und Eigenfunktionen kennt und sich nur das Zwischengebiet interessiert. Man fragt gewöhnlich, ob im Zwischengebiet Überschneidungen der Eigenwerte vorkommen, in welchen Eigenwert ein bestimmter Eigenwert übergeht, wenn man von dem einen Wertsystem der Parameter kontinuierlich in das andere Wertsystem übergeht usw. Fragen ähnlicher Art hat Γ Hund aufgeworfen¹⁾ und insbesondere die letzte Frage für den Fall eines Parameters — auf Grund von Beispielen — dahin beantwortet, daß Überschneidungen im allgemeinen — wenn dafür kein spezieller Grund vorhanden ist — nicht vorkommen²⁾. Wir wollen hier dies allgemein begründen, unsere Methode erlaubt dabei gleichzeitig die Untersuchung von Systemen mit mehreren veränderlichen Parametern

Die Energiewerte eines Systems sind bekanntlich die Eigenwerte einer Hermiteschen³⁾ Matrix $(H_{\nu\mu})$, die wir der Einfachheit halber endlichdimensional, etwa n -dimensional, annehmen wollen. Dabei müssen wir uns vorstellen, daß alle n^2 komplexen Größen $H_{\nu\mu}$ noch von einigen reellen Parametern $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ abhängen, und wir fragen, durch Änderung wie vieler Parameter man im allgemeinen ein Zusammenfallen zweier Eigenwerte erreichen kann. Wir werden sehen, daß dazu im allgemeinen drei reelle Parameterwerte ent-

1) Ebenso liegen alle seine Derivierten beliebig nahe bei 0.

2) Das Potential $V(r) = 2r^{-2} - 9r^4$ war nicht so, es war vollkommen „glatt“.

1) Γ Hund, Zeitschrift f. Phys. 40 742, 1927

2) Siehe insbesondere S. 752

3) Daß die Matrix Hermitisch ist, ist entscheidend für das Folgende.

sprechend bestimmt werden müssen („im allgemeinen“ bedeutet, daß zwischen den Zahlen $H_{r,r}$ keine Beziehungen bestehen, die nicht aus dem Hermiteschen Charakter folgen)¹⁾ Wenn man also nur einen oder zwei Parameter verändern kann, ist es in a nicht möglich, ein Überschneiden der Eigenwerte zu erreichen

Um dies zu zeigen, zählen wir die freien reellen Parameter einer n -dimensionalen Hermiteschen Matrix mit und ohne doppelte Eigenwerte ab Die Differenz dieser Zahlen wird uns die Anzahl der zu verändernden Parameter $\kappa_1, \kappa_2, \dots$ angeben, durch deren Veränderung man ein Zusammenfallen von Eigenwerten bewirken kann

Man kann bekanntlich jede Hermitesche Matrix ($H_{r,r}$) durch eine unitäre Matrix ($U_{e,r}$) auf die Diagonalform bringen

$$H_{r,r} = \sum_{\nu} E_{\nu} U_{e,\nu} U_{e,\nu}^* \quad (1)$$

wo E_1, E_2, \dots die Eigenwerte sind Zur Bestimmung der $H_{r,r}$ muß man also die n reellen Zahlen E_{ν} und die unitäre Matrix ($U_{e,r}$) kennen, diese letztere allerdings nur bis auf eine unitäre Matrix, die mit der Diagonalmatrix

$$\begin{vmatrix} E_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & E_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & E_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & E_n \end{vmatrix} \quad (2)$$

vertauschbar ist Mit einer solchen darf man nämlich ($U_{e,r}$) von hinten multiplizieren, ohne daß (1) sich ändern würde. Da eine unitäre Matrix n^2 reelle Parameter hat, ist die Anzahl der freien Parameter einer Hermiteschen Matrix $n^2 + f - \nu$ wo f die Anzahl der voneinander verschiedenen Zahlen unter E_1, E_2, \dots, E_n und ν die Anzahl der Parameter einer mit (2) vertauschbaren unitären Matrix ist. Sind alle E_1, E_2, \dots, E_n verschieden, so ist mit (2) nur eine Diagonalmatrix vertauschbar, kann man dagegen die E_{ν} in Gruppen einteilen, etwa so, daß in den umrahmten Quadraten lauter gleiche E vorkommen

$$\begin{vmatrix} E_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & E_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & E_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & E_f \end{vmatrix} \quad (3)$$

1) Man sollte meinen, daß das Zusammenfallen von zwei (natürlich reellen) Eigenwerten nur eine reelle Bedingung ergibt. Es soll aber gerade gezeigt werden, daß ein singulärer Fall vorliegt und sich die Zahl der Bedingungen so erhöht.

so ist mit (3) jede Matrix vertauschbar, die nur an den den umrahmten Stellen entsprechenden Stellen von ν verschiedene Koeffizienten hat Soll die Matrix unitär sein, so müssen in den umrahmten Quadraten unitäre Matrizen stehen

Kann man also die Eigenwerte in Gruppen mit g_1, g_2, \dots, g_f ($g_1 + g_2 + \dots + g_f = n$) Eigenwerten einteilen, so daß alle Eigenwerte derselben Gruppe gleich sind, so ist die Anzahl der freien Parameter gleich

$$n^2 + f - g_1^2 - g_2^2 - \dots - g_f^2$$

In der allgemeinen Hermiteschen Matrix ist $g_1 = g_2 = \dots = g_n = 1$, die Anzahl der freien Parameter ist $n^2 + n - 1^2 - 1^2 - \dots - 1^2 = n^2$, wie man auch auf anderem Wege leicht abzählt¹⁾ Sollen aber zwei Eigenwerte zusammenfallen, so ist $g_1 = 2, g_2 = g_3 = \dots = g_{n-1} = 1$, die Anzahl der freien Parameter ist $n^2 + (n-1) - 2^2 - 1^2 - 1^2 - \dots - 1^2 = n^2 + (n-1) - 4 - (n-2) = n^2 - 3$ Man sieht auch etwa für $n = 2$, daß nur ein reeller Parameter ρ frei ist, da nur die Matrix $\begin{pmatrix} \rho & 0 \\ 0 & \rho \end{pmatrix}$ einen doppelten Eigenwert hat Man kann also im allgemeinen nur durch Veränderung von drei Parametern ein Zusammenfallen von zwei Eigenwerten erreichen

Haben wir es mit einer reellen Hermiteschen Matrix zu tun, so ändert sich an dem Vorgehenden nur das, daß man überall reelle orthogonale Matrizen an die Stelle der unitären setzen muß Die Anzahl der freien Parameter einer reellen orthogonalen Matrix von n Dimensionen ist $\frac{1}{2} n(n-1) = \binom{n}{2}$, so daß die Anzahl der freien Parameter im reellen Fall $\binom{n}{2} + f - \binom{g_1}{2} - \binom{g_2}{2} - \dots - \binom{g_f}{2}$ beträgt Für die allgemeine reelle symmetrische Matrix ergibt dies $\frac{1}{2} n(n+1)$, soll ein doppelter

Eigenwert da sein, so haben wir $\frac{1}{2} n(n+1) - 2$.

in diesem Fall genügt es schon, zwei reelle Parameter zu verändern dürfen, um zwei Eigenwerte zum Zusammenfallen zu bringen

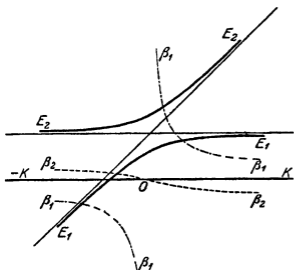
Bei der Analyse der Struktur der Terme atomarer Systeme konnten die Eigenwerte in verschiedene Gruppen eingeteilt werden, jede Gruppe war etwa durch eine azimutale Quantenzahl, den Spiegelungscharakter, und das Multiplettsystem gekennzeichnet und solange die bezügliche Sym-

1) Es sind n reelle Diagonalelemente und $\frac{1}{2}(n-1)n$ komplexe Elemente oberhalb der Hauptdiagonale.

matric nicht gestört wird, hat kein Term der einen Gruppe irgendeine „Kenntnis“ von den Termen der „anderen Gruppe“) Terme verschiedener Gruppen (d. h. verschiedener Transformations-eigenschaft) haben sich beliebig überkreuzt. Außerdem waren sämtliche Terme der meisten Gruppen mehrfach entartet. Dies steht jedoch in keinem Widerspruch zu dem Vorangehenden, da hier das „im allgemeinen“ nicht zutrifft, da eine genügende Anzahl von Matrixelementen immer identisch verschwindet. Ebenso wie in der Gruppentheorie der Terme angenommen werden konnte, daß keine „zufälligen Entartungen“ vorkommen, können wir hier annehmen, daß keine Beziehungen existieren, die nicht aus der Symmetrie des Systems auf gruppentheoretischem Wege folgen würden, also, daß innerhalb einer Termgruppe immer der „allgemeine Fall“ vorliegt.

2. Für den Fall von zwei nahe aneinander vorbeigehenden Eigenwerten wollen wir die Verhältnisse noch rechnerisch verfolgen. Dazu benutzen wir das Schrödingersche Störungsverfahren¹⁾, indem wir die Veränderung der Eigenwerte und Eigenfunktionen des Operators $H + \kappa V$ bei wachsendem κ betrachten, wobei wir jedoch annehmen, daß die Entfernung von zwei Eigenwerten — etwa E_1 und E_2 — in der Größenordnung von κV_{11} oder κV_{22} liegt.

In der Figur sind die Eigenwerte als Funktion von²⁾ κ (die ausgezogenen Kurven) aufgetragen. Es ist dabei das ursprüngliche κ so durch eine



1) Siehe z. B. E. Wigner, Zeitschr. f. Phys. 40, 883, 1927 (S. 892) und 43, 624, 1927.

2) Sie ist hier mit dem Born, Heisenberg, Jordan'schen identisch.

3) In der Figur steht K und $-K$ an Stelle von κ und $-\kappa$.

neue Variable $\kappa + \epsilon$ ersetzt, daß für $\kappa = 0$ die beiden Kurven parallel verlaufen.

Für $\kappa = 0$ seien die Eigenfunktionen $\varphi_1(0) = \psi$ und $\varphi_2(0) = \psi'$ die Eigenwerte $E_1(0) = E - \epsilon$ und $E_2(0) = E + \epsilon$. Dann setzen wir an

$$\begin{aligned} \varphi_1(\kappa) &= \alpha_1(\kappa)\psi + \alpha'_1(\kappa)\psi' + \sum' \alpha_{1r}(\kappa)\psi_r \\ \varphi_2(\kappa) &= \alpha_2(\kappa)\psi + \alpha'_2(\kappa)\psi' + \sum' \alpha_{2r}(\kappa)\psi_r \end{aligned} \quad (4)$$

und erhalten, indem wir dies in

$$\begin{aligned} (H + \kappa V)\varphi_1(\kappa) &= E_1(\kappa)\varphi_1(\kappa) \\ (H + \kappa V)\varphi_2(\kappa) &= E_2(\kappa)\varphi_2(\kappa) \end{aligned} \quad (5)$$

einführen und

$$\begin{aligned} (\psi, V\psi) &= v; (\psi', V\psi') = v' \\ (\psi, V\psi') &= v'; (\psi', V\psi) = (V\psi, \psi) = v'' \end{aligned} \quad (6)$$

setzen, in bekannter Weise (durch Koeffizientenvergleich) für $E_1(\kappa)$

$$\begin{aligned} (E - \epsilon + \kappa v - E_1(\kappa))\alpha_1(\kappa) + \kappa v''\alpha'_1(\kappa) &= 0 \\ \kappa v'\alpha_1(\kappa) + (E + \epsilon + \kappa v' - E_1(\kappa))\alpha'_1(\kappa) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Die Determinante dieses Gleichungssystems Null gesetzt ergibt für $E_1(\kappa)$ (unter Beachtung von $v = v''$, was aus der Parallelität der $E_1(\kappa)$ und $E_2(\kappa)$ Kurven für $\kappa = 0$ folgt)

$$E_1(\kappa) = E + \kappa v - \sqrt{\epsilon^2 + \kappa^2 |v'|^2} \quad (8)$$

und entsprechend für $E_2(\kappa)$

$$E_2(\kappa) = E + \kappa v + \sqrt{\epsilon^2 + \kappa^2 |v'|^2} \quad (8a)$$

Die beiden Kurven $E_1(\kappa)$ und $E_2(\kappa)$ bilden also die beiden Äste einer Hyperbel. Die Steigung der beiden Asymptoten ist $v - |v'|$ bzw. $v + |v'|$, die minimale Entfernung der beiden Äste 2ϵ , die Entfernung nimmt auf das Doppelte zu, wenn $\kappa = \frac{\sqrt{3}\epsilon}{|v'|}$ wird, die

Dauer des Vorbeigehens ist $\Delta\kappa \sim \frac{2\sqrt{3}\epsilon}{|v'|}$.

Die Eigenfunktionen $\varphi_1(\kappa)$ und $\varphi_2(\kappa)$ sind — wenn man sich auf die erste Näherung beschränkt — nach (4) Linearkombinationen von ψ und ψ' , zu ihrer Kennzeichnung genügt es

$$\beta_1(\kappa) = \frac{\alpha_1(\kappa)}{\alpha'_1(\kappa)} \quad \text{und} \quad \beta_2(\kappa) = \frac{\alpha_2(\kappa)}{\alpha'_2(\kappa)} \quad (9)$$

zu berechnen. Diese ergeben sich zu

$$\beta_1(\kappa) = \frac{\kappa v''}{\epsilon - \sqrt{\epsilon^2 + \kappa^2 |v'|^2}} = \frac{\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 + \kappa^2 |v'|^2}}{\kappa v'} \quad (10)$$

$$\beta_2(\kappa) = \frac{\kappa v''}{\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 + \kappa^2 |v'|^2}} = \frac{\epsilon - \sqrt{\epsilon^2 + \kappa^2 |v'|^2}}{\kappa v'} \quad (10a)$$

und sind in der Figur gestrichelt aufgetragen, wobei natürlich v' reell angenommen werden mußte.

Man sieht, daß für sehr kleine κ

$$\beta_1(-\infty) = \frac{\tilde{v}'}{|\tilde{v}'|}; \beta_2(-\infty) = -\frac{\tilde{v}'}{|\tilde{v}'|}, \quad (11)$$

während für sehr große κ

$$\beta_1(\infty) = -\frac{\tilde{v}'}{|\tilde{v}'|}, \beta_2(\infty) = \frac{\tilde{v}'}{|\tilde{v}'|}, \quad (11a)$$

gilt so daß β_1 in β_2 und β_2 in β_1 übergeht. Für ν nur die $|\kappa \tilde{v}'| \gg 1$ ist, verhalten sich Eigenwerte und Eigenfunktionen so, als ob sie sich überkreuzen würden¹⁾.

Die v, v' sind die Matrixelemente von V berechnet mit denjenigen Eigenfunktionen ψ, ψ' , die die richtigen Linearkombinationen für $\kappa = 0$ sind. Es ist oft nützlich, den kleinsten Abstand 2ε und $\Delta\kappa$, die „Dauer des Vorbeigehens“ mit den Matrixelementen $V_{11}, V_{12} = V_{21}, V_{22}$ auszu-drücken, die mit Hilfe d. Eigenfunktionen bei einem beliebigen κ gebildet werden können.

Man erhält nach etwas umständlicher Rechnung für die kleinste Entfernung der Eigenwerte

$$(E_2 - E_1)_{\min} = 2\varepsilon = \sqrt{\frac{|V_{12}|^2 (E_2 - E_1)^2}{\frac{1}{4}(V_{11} - V_{22})^2 + |V_{12}|^2}} \quad (12)$$

für $\Delta\kappa$, die Dauer des Vorbeigehens

$$\Delta\kappa = \frac{2\sqrt{3}\varepsilon}{|\tilde{v}'|} = \frac{\sqrt{3}(E_2 - E_1)|V_{12}|}{\frac{1}{4}(V_{11} - V_{22})^2 + |V_{12}|^2} \quad (13)$$

Der Wert $(E_2 - E_1)_{\min}$ wird für

$$\kappa = \frac{1}{4} \frac{(V_{11} - V_{22})(E_2 - E_1)}{\frac{1}{4}(V_{11} - V_{22})^2 + |V_{12}|^2} \quad (14)$$

angewonnen. Ist $V_{12} = 0$ wie immer, wenn E_1 und E_2 in verschiedene Termgruppen gehören, so wird sowohl (12) als auch (13) gleich 0; das sind dann ausnahmsweise doch die Verhältnisse der Überkreuzung.

Wird der Parameter κ nicht nur gedanklich aufgeföhrt, sondern ändert man ihn wirklich am mechanischen System selber, so erfolgt die Änderung adiabatisch (d. h. $\varphi_1(-\infty)$ geht in $\varphi_1(\infty)$ und $\varphi_2(-\infty)$ — in $\varphi_2(\infty)$ über), wenn

$$\Delta\kappa \gg \frac{h d\kappa}{2\varepsilon dt} \quad (15)$$

ist; ist dagegen

$$\Delta\kappa \ll \frac{h d\kappa}{2\varepsilon dt}, \quad (16)$$

so geht $\varphi_1(-\infty)$ in $\varphi_2(\infty)$, $\varphi_2(-\infty)$ in $\varphi_1(\infty)$ über. In diesem Fall hat die Wellenfunktion keine Zeit sich zu ändern.

3. Lineare Anordnung kann das Vorangehende vor allem auf Zuordnungsfragen finden. Ua folgt die Zuordnungsregel für den Übergang von

schwachen in starke Magnetfelder²⁾. Terme mit gleichem m überkreuzen sich nicht. Sogar bei gleichzeitiger Änderung eines magnetischen und in derselben Richtung liegenden elektrischen Feldes wird man keine Überkreuzung erreichen können, da die Differentialgleichung komplex ist und zur Erreichung einer Überkreuzung drei Parameter notwendig wären. Ändert man auch den Winkel der beiden Felder, so läßt sich eine Überkreuzung erzwingen.

Bei der Anwendung auf Fragen der Zuordnung von Molekelt termen zu Termen getrennter Atome sind jedoch die Bemerkungen von F. Hund³⁾ zu berücksichtigen, unsere Formeln (12), (13) gestatten prinzipiell eine Übersicht der Verhältnisse.

Auch für den Adiabatensatz durfte das Vorangehende nicht ganz ohne Belang sein, da die Verhältnisse bei „Überkreuzungen“ wohl niemals ganz klar waren.

Die wichtigste Anwendung scheint sich aber bei der Londonschen Theorie der chemischen Reaktion zu ergeben⁴⁾. Wir wollen darauf hier nicht näher eingehen, nur auf folgenden Umstand hinweisen. Im l. c. betrachteten Falle dreier Atome, deren eines in einer durch die beiden anderen gelegten Ebene beweglich ist, haben wir zwei freie Parameter, etwa die X und Y Koordinate des beweglichen Atoms. Da die Differentialgleichung reell ist, ist ein Zusammenfallen zweier Eigenwerte zwar möglich, aber nur in einzelnen Punkten. In der Tat kommt es nach F. London in erster Näherung nur in einem einzelnen Punkt vor. Es gilt das nun nach dem Vorangehenden streng, d. h. in beliebig hoher Näherung. Man kann also eine untere und eine obere Energiefläche unterscheiden, die nur einzelne Punkte gemeinsam haben. Diese Betrachtung läßt sich noch verallgemeinern und gestattet dann einen Einblick in den Mechanismus mehratomiger Systeme.

1) A. Sommerfeld, Zeitschr. f. Phys. 8, 257, 1922; A. Landé, Zeitschr. f. Phys. 19, 112, 1923.

2) Zeitschr. f. Phys. 52, 601, 1928. Bei streng adiabatischer Auseinanderführung der Atome würden sich nach dem Vorangehenden — wegen der Spinwechselwirkung — auch Terme verschiedener Multiplettsysteme nicht kreuzen. In diesem Fall ist jedoch die Exzentrizität der Hyperbel (wegen der Kleinheit von V_{12} der Spinwechselwirkung) so klein, daß die Hyperbel praktisch in zwei sich schneidende Gerade ausartet. Dasselbe muß nach F. London für zwei Terme gelten, deren einer zwei aneinandergelassenen Atomen (K^+ und F^-) und deren anderer zwei aneinandergelassenen Ionen (K^+ und F^-) entspricht, wenn die Überschneidung in großer Entfernung erfolgt (Zeitschr. f. Phys. 46, 455, 1928, S. 475).

3) F. London, Sommerfeld Festschrift S. 104 S. Hirzel 1929.

1) Auf diesen Punkt hat bereits F. Hund wiederholt hingewiesen.